التحكم في استقرارية الأنظمة ذات التأخر

نهار محمد الأمين

ماستر آلية وأنظمة

كلية العلوم والتكنولوجيا

جامعة الجلفة

1 أوت 2023

المحتويات

1. مقدمة
2. نمذجة النظام
3. مأخوذات
4. الاستقرارية بمتحكم غيرذي تأخر
5. الاستقرارية بمتحكم ذو تأخر
6. الاستقرارية بالمتحكم المقترح
7. نتائج المحاكاة
8. خلاصة و مقترحات للتكملة

الاشكالية:

- معظم الأنظمة غير خطية
- التأخر في الاستجابة يزيد في تعقيد مهمة المتحكم
- التأخر قد يكون سبب في عدم استقرار النظام
- الاستقرار أهم و أعقد مهمة للمتحكم
- كفاءة المتحكم تتعلق بدقة النموذج الرياضي للنظام
- التناسب الطردي بين دقة النموذج الرياضي و تعقيده

النمذجة برتبة كسرية و بنموذج ضبابي من نوع تاكاجي سوجينو يفرضه:

- النموذج برتبة كسرية أدق وصفا لأداء النظام
- وجود الارتيابات والتأخرات إما في الأجهزة المستعملة أو في وصف النظام
- البساطة النسبية للنمذجة بطريقة تاكاجي سوجينو
- الدقة المقبولة لهذا النوع من النمذجة

النمذجة برتبة كسرية و بنموذج ضبابي من نوع تاكاجي سوجينو يفرضه:

- النموذج برتبة كسرية أدق وصفا لأداء النظام
- وجود الارتيابات والتأخرات إما في الأجهزة المستعملة أو في وصف النظام
- البساطة النسبية للنمذجة بطريقة تاكاجي سوجينو
- الدقة المقبولة لهذا النوع من النمذجة

النظام موضوع الدراسة غير الخطي ذو الرتبة الكسرية المقترن بتأخر:

$$\begin{cases} {}^{C}D^{\alpha}x(t) = f(x(t), x(t-\tau(t)), u(t)),\ t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s),\ s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

$x(t) \in \Re^n$ شعاع الحالة

$u(t) \in \Re^m$ يمثل شعاع التحكم

τ زمن التأخر : $0 \leq \tau(t) \leq \tau$

النموذج الضبابي للنظام:

$$\begin{cases} {}^{C}D^{\alpha}x(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[A_i x(t) + A_{di}x(t-\tau(t)) + B_i u(t))], \ t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s), \ s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

حيث أن دالة الأوزان معرفة بالشكل التالي:

النموذج الضبابي للنظام:

$$\begin{cases} {}^{C}D^{\alpha}x(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[A_i x(t) + A_{di}x(t-\tau(t)) + B_i u(t))], \ t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s), \ s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

حيث أن دالة الأوزان معرفة بالشكل التالي:

$$h_i(\theta(t)) = \frac{\prod_{l=1}^{p} M_{il}(\theta_l(t))}{\sum_{i=1}^{r}\prod_{l=1}^{p} M_{il}(\theta_l(t))}$$

ومن أجل $t \geq 0$ الشروط التالية محققة:

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t)) = 1, \quad h_i(\theta(t)) \geq 0 \ .$$

الهدف: التحكم في استقرارية الأنظمة غير الخطية ذات الرتب الكسرية المنمذجة بطريقة تاكاجي سوجينو.

المأخوذة الأولى

من أجل أي دالة متعددة المتغيرات I معرفة بالشكل التالي:

$$I(x,t) = \int_{a(t)}^{b(t)} f(x,t)\,dx \;\;,\;\; a(t) \;\;\&\;\; b(t) < \infty$$

حيث $a(t)$ و $b(t)$ قابلتان للاشتقاق والدالة $f(x,t)$ مستمرة بدلالة x وقابلة للاشتقاق بدلالة t فان المساواة التالية صحيحة

$$\frac{d(I(x,t))}{dt} = \frac{db(t)}{dt} f(b(t),t) - \frac{da(t)}{dt} f(a(t),t) + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(x,t)}{\partial t}\,dx$$

المأخوذة الثانية

وهي تعميم لمتباينة شوارتز من أجل أي مصفوفة معرفة موجبة $M \in R^{n\times n}$ ومن أجل أي مقدار قياسي $\gamma > 0$، إذا كان هناك دالة شعاعية w معرفة بالشكل التالي: $w : [0,\gamma] \to R^n$ بحيث أن التكاملين : $\int_0^\gamma w^T(s)Mw(s)\,ds$ و $\int_0^\gamma w^T(s)\,ds$ معرفين بشكل جيد فإن المتباينة التالية محققة:

$$\left(\int_0^\gamma w^T(s)\,ds\right) M \left(\int_0^\gamma w(s)\,ds\right) \leq \gamma \int_0^\gamma w^T(s)Mw(s)\,ds$$

المأخوذة الثالثة

ليكن $x(t) \in R^n$ شعاعا لدالة قابلة للاشتقاق، إذن من أجل أي $t_0 < t$ المتراجحة التالية محققة:

$$\frac{1}{2}\,{}^{C}_{t_0}D^{\alpha}_{t}(x^T(t)Px(t)) \leq x^T(t)P\,{}^{C}_{t_0}D^{\alpha}_{t}x(t)$$

حيث أن $P \in R^{n\times n}$ مصفوفة مربعة معرفة موجبة كل عناصرها أعداد قياسية و $\alpha \in]0,1[$.

المأخوذة الرابعة

من أجل مشتق كابوتو، المساواة التالية محققة:

$$\frac{d}{dt}(I^{1-\alpha}f(t)) = D^{\alpha}f(t),\ \alpha \in]0,1[$$

لنعتبر أن شعاع التحكم للنظام يكتب من الشكل التالي: $u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t)) K_i x(t)$

نظرية ١

من أجل مصفوفة كسب التحكم الخاصة بالتغذية الراجعة $K_j (j = 1, 2...r)$ و من أجل قيم μ و τ الخاصة بالنظام ، نقول عن النموذج الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات ثابتة متناظرة و موجبة P, Q, R وأي مصفوفة N تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن الشروط التالية محققة :

$$\begin{cases} \Omega_{ii} < 0, \ (i = 1, 2, ...r), \\ \Omega_{ij} + \Omega_{ji} < 0, \ i < j, \ i, j = 1, 2, ...r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} PA_i + A_i^T P^T + PB_i K_j + K_j^T B_i^T P^T + Q & PA_{di} & A_i^T N^T + K_j^T B_i^T N^T & 0 \\ * & -(1-\mu)Q & A_{di}^T N^T & 0 \\ * & * & \tau^2 R - N - N^T & 0 \\ * & * & * & -R \end{bmatrix}$$

بما أن المتراجحة السابقة ليست مكتوبة على شكل LMI فلا بد لنا من استنباط النظرية الثانية

نظرية ٢

من أجل قيم μ و τ الخاصة بالنظام ، نقول عن النظام الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات متناظرة وموجبة $X, \bar{Q}, \bar{R}$ وأي مصفوفة $Y_j(j = 1, 2, ...r)$ تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط LMI التالية محققة :

$$\begin{cases} \bar{\Omega_{ii}} < 0, \ i = 1, 2, ...r \\ \bar{\Omega_{ij}} + \bar{\Omega_{ji}} < 0, \ i < j, \ i, j = 1, 2, ...r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\bar{\Omega_{ij}} = \begin{bmatrix} A_iX + X^TA_i^T + B_iY_j + Y_j^TB_i^T + \bar{Q} & A_{di}X & \epsilon X^TA_i^T + \epsilon Y_j^TB_i^T & 0 \\ * & (1-\mu)\bar{Q} & \epsilon X^TA_{di}^T & 0 \\ * & * & \tau^2\bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

و

$$K_j = Y_jX^{-1}$$

لنعتبر أن شعاع التحكم يكتب من الشكل التالي: $u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[K_{di}x(t-\tau(t)]$

نظرية ٣

من أجل قيم μ و τ الخاصة بالنظام، نقول عن النظام الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات موجبة $X, \bar{Q}, \bar{R}$ وأي مصفوفة $Y_{dj}(j = 1, 2, ...r)$ تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط LMI التالية محققة:

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{ii} < 0, \ i = 1, 2, ...r \\ \bar{\Omega}_{ij} + \bar{\Omega}_{ji} < 0, \ i < j, \ i, j = 1, 2, ...r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\bar{\Omega}_{ij} = \begin{bmatrix} A_iX + X^TA_i^T + \bar{Q} & A_{di}X + B_iY_{dj} & \epsilon X^TA_i^T & 0 \\ * & (1-\mu)\bar{Q} & \epsilon X^TA_{di}^T + \epsilon Y_{di}^TB_i^T & 0 \\ * & * & \tau^2\bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

و $K_{dj} = Y_{dj}X^{-1}(j = 1, ...r)$

ليكن: $u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[K_i x(t) + K_{di} x(t - \tau(t)]$

نظرية ٤

من أجل قيم μ و τ الخاصة بالنظام نقول عن النموذج الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات موجبة $X, \bar{Q}, \bar{R}$ وأي مصفوفتين $Y_j(j = 1, 2, ...r)$, $Y_{dj}(j = 1, 2, ...r)$ تحققان الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط LMI التالية محققة:

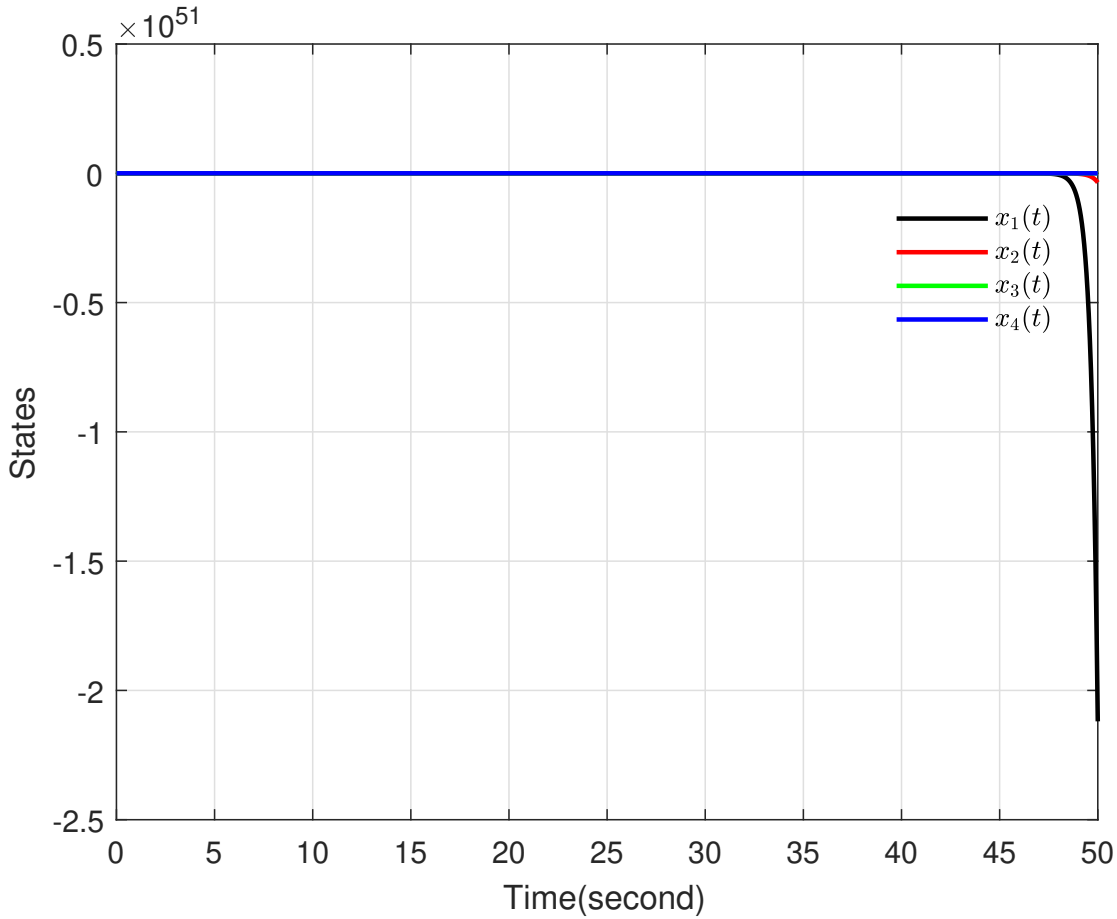
$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{ii} < 0, \ i = 1, 2, ...r \\ \bar{\Omega}_{ij} + \bar{\Omega}_{ji} < 0, \ i < j, \ i, j = 1, 2, ...r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\bar{\Omega}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i X + X^T A_i^T + B_i Y_j + Y_j^T B_i^T + \bar{Q} & A_{di} X + B_i Y_{dj} & \epsilon X^T A_i^T + \epsilon Y_j^T B_i^T & 0 \\ * & (1 - \mu)\bar{Q} & \epsilon X^T A_{di}^T + \epsilon Y_{di}^T B_i^T & 0 \\ * & * & \tau^2 \bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

$K_j = Y_j X^{-1}$ و $K_{dj} = Y_{dj} X^{-1} (j = 1, 2, ...r)$

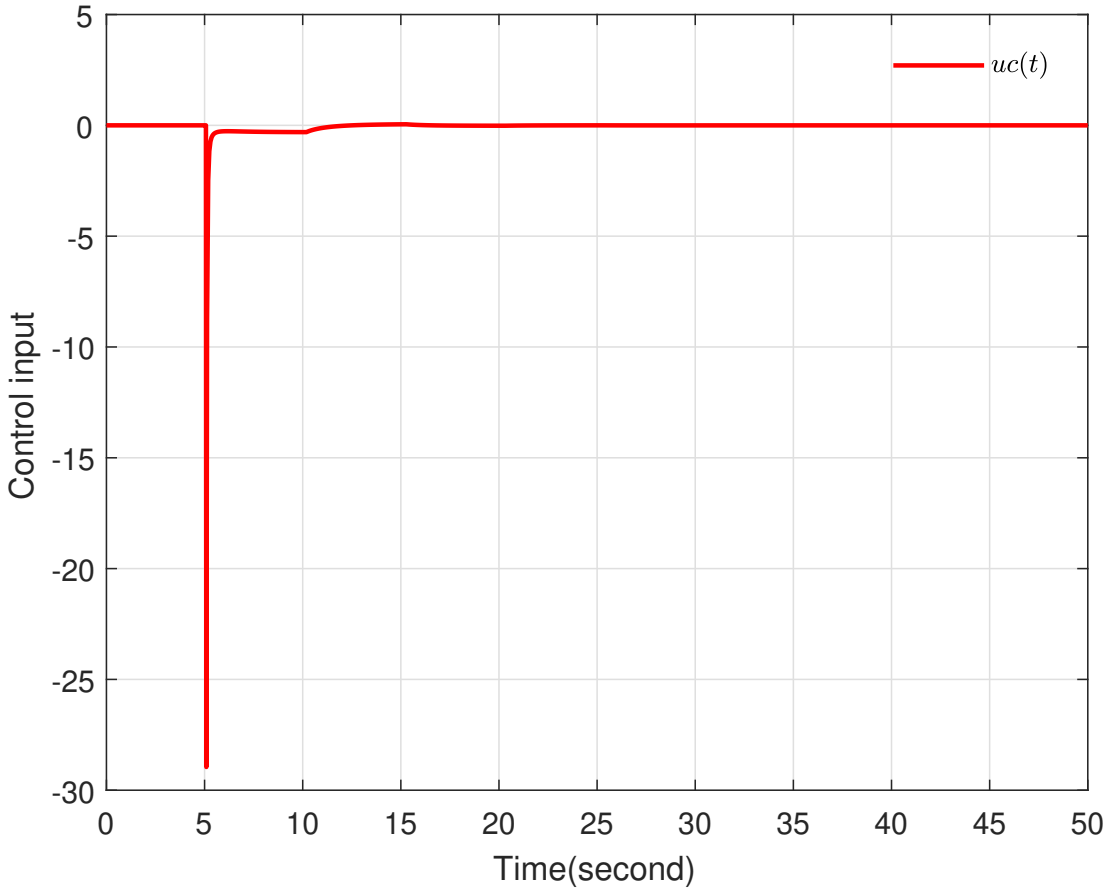
أداء النظام بدون متحكم



شكل 1: حالات النظام بدون متحكم

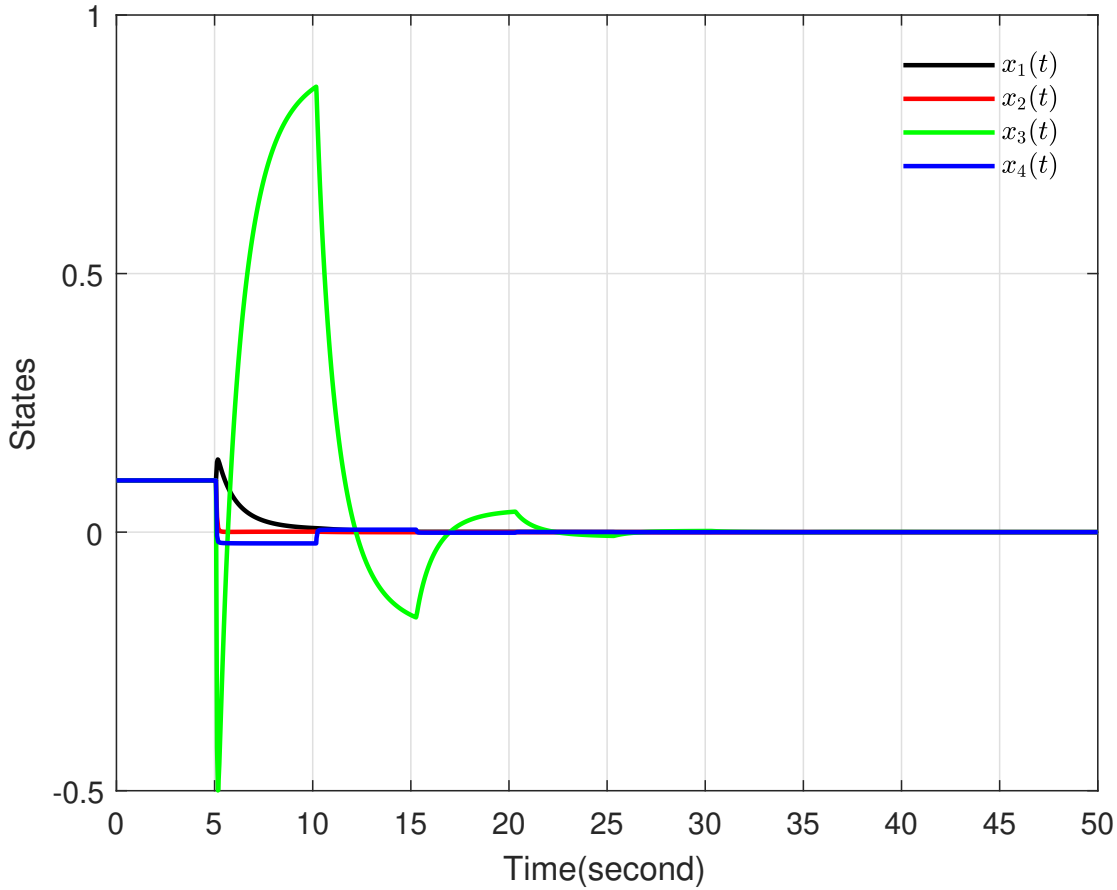
نلاحظ أن النظام غير مستقر بانعدام المتحكم. لذلك من الضروري استخدام متحكم.

أداء النظام بمتحكم غير ذي تأخر



شكل 2: إشارة المتحكم غير ذي تأخر

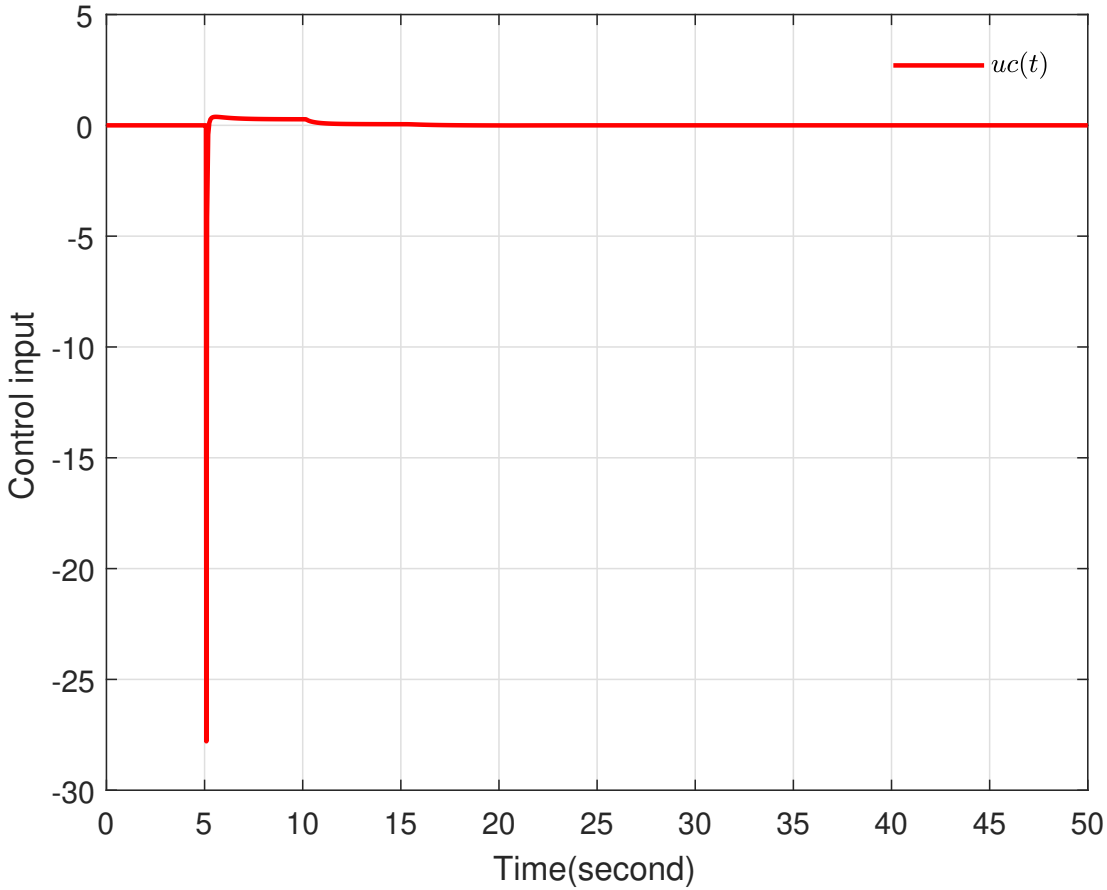
أداء النظام بمتحكم غير ذي تأخر



شكل 3: حالات النظام باستخدام متحكم غير ذي تأخر

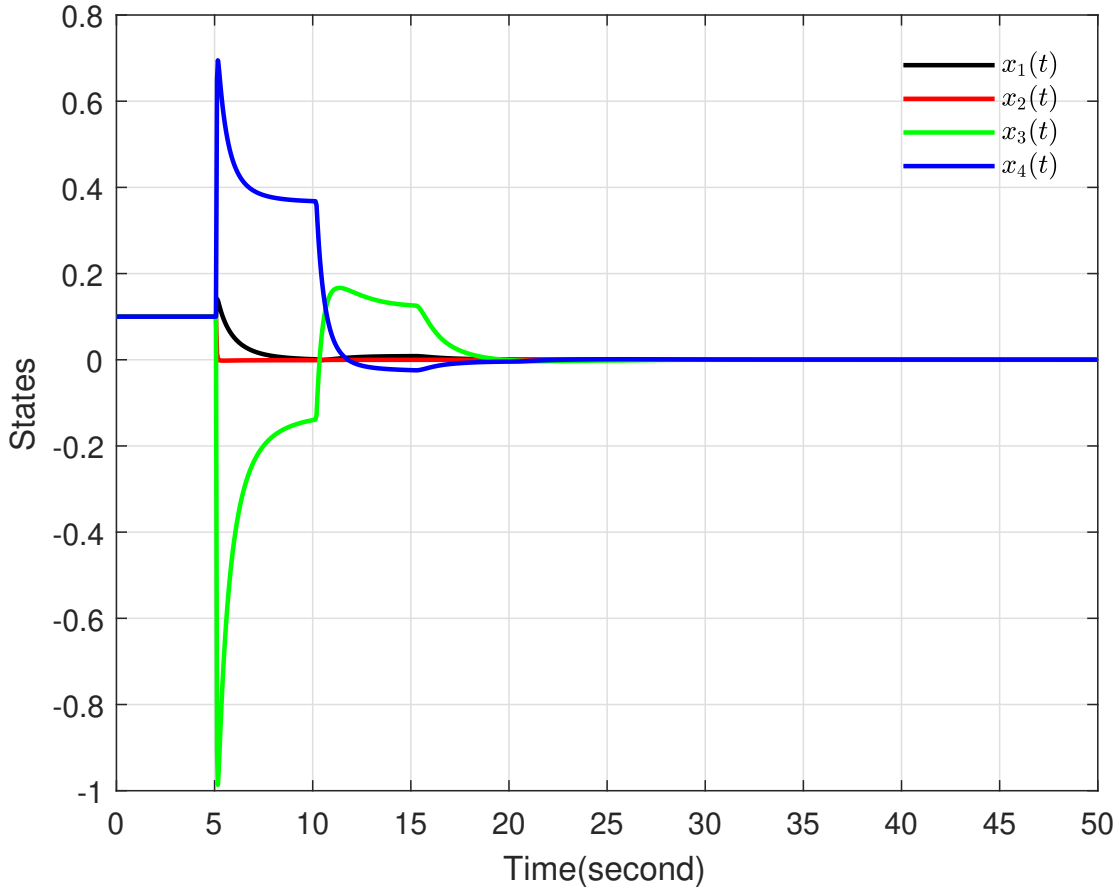
المتحكم غير ذي تأخر يضمن استقرار النظام لكن أداء النظام يحتاج إلى تحسين

أداء النظام بالمتحكم المقترح



شكل 4: إشارة المتحكم المقترح

أداء النظام بالمتحكم المقترح



شكل 5: حالات النظام باستخدام المتحكم المقترح

التركيبة المقترحة أعطت أداء أفضل من المتحكم الأول و حافظت على استقرار النظام

نتائج الدراسة المقارنة بين المتحكم غير ذي تأخر و التركيبة المقترحة معطاة في الجدول التالي:

المتحكم	غير ذي تأخر	المتحكمين معا	نسبة التحسين
زمن الاستقرار	26	20	% 23
قيمة x_3من الذروة الى الذروة	1.36	1.16	% 15
$\int_0^{ts}(x_3^2)\,dt$	2.5540	0.7771	% 70
$\int_0^{ts}(u^2)\,dt$	12.8476	7.1868	% 40

جدول 1: تكميم نتائج الدراسة المقارنة

من خلال جدول النتائج يظهر جليا أن استخدام المتحكمين معا أعطى نتائج أحسن بكثير حيث:

- حسن في زمن الاستقرار بنسبة 23%
- قلل الطاقة المستهلكة بنسبة 40%
- حسن الأداء ككل بنسبة 70%
- قلل من الارتفاع من الذروة للذروة بنسبة 15%

من دراستنا نخلص إلى أن:

الخلاصة

- استعمال نهج ليابونوف في دراسة الاستقرارية يعد طريقة فعالة وذات نتائج حسنة.
- استخدام متحكم غير ذي تأخر كان كافيا لضمان الاستقرارية ولكن بأداء متواضع.
- استخدام متحكم ذي تأخر سمح بتحسين أداء النظام.
- استخدام المتحكم المقترح كان كافيا لضمان الاستقرارية بأداء أفضل بكثير وباستهلاك أقل للطاقة.

كتكملة لهاته الدراسة نقترح:

التكملة

- القيام بدراسة مستقلة حول صلابة هذا النوع من الأنظمة
- إيجاد صيغ جديدة خاصة بدالة ليابونوف
- دراسة تأثير استخدام متحكم تكاملي صرف على الاستقرارية والأداء

شكراً لحسن استماعكم